

# क्रियाकलाप 21

## उद्देश्य

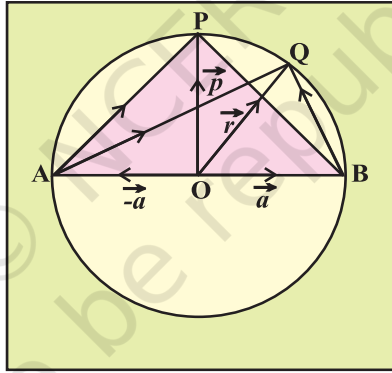
सदिश-विधि के उपयोग से सत्यापित करना कि अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

## आवश्यक समग्री

कार्डबोर्ड, सफ़ेद कागज़, गोंद, पेन, ज्यामिति बॉक्स, रबर (Eraser), तार, कागज़ के तीर के सिरे।

## रचना की विधि

1. 30 cm × 30 cm साइज़ का कार्डबोर्ड लीजिए।
2. कार्डबोर्ड पर इसी के आकार का सफ़ेद कागज़ गोंद से चिपकाइए।



आकृति 21

3. इस कागज़ पर केंद्र O लेकर 10 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए।
4. बिंदुओं O, A, B, P और Q पर कीलें स्थिर कीजिए और तारों से OP, OA, OB, AP, AQ, BQ, OQ और BP जोड़िए।
5. OA, OB, OP, AP, BP, OQ, AQ और BQ पर कागज़ के तीर चिपकाइए जिससे वे सदिशों को दर्शाएँ। जैसा कि आकृति 21 में दिखाया गया है।

## प्रदर्शन

1. चाँदे (protractor) की सहायता से सदिशों  $\overrightarrow{AP}$  और  $\overrightarrow{BP}$ , के बीच के  $\angle APB$  को मापिए। मापने पर पायेंगे कि  $\angle APB = 90^\circ$  है।
2. इसी प्रकार सदिशों  $\overrightarrow{AQ}$  और  $\overrightarrow{BQ}$ , के बीच का कोण अर्थात्  $\angle AQB = 90^\circ$  है।
3. उपर्युक्त प्रक्रम को अर्धवृत्त पर कुछ और बिंदु R, S, T, ... लेकर जो सदिशों AR, BR; AS, BS; AT, BT; ..., इत्यादि बनाते हैं, के लिए दोहराइए। मापने पर अर्धवृत्त में दो सदिशों के बीच का कोण समकोण प्राप्त होगा।

## प्रेक्षण

वास्तविक माप द्वारा

$$|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OQ}| = r = a = p = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$|\overrightarrow{AP}| = \underline{\hspace{2cm}}, \quad |\overrightarrow{BP}| = \underline{\hspace{2cm}}, \quad |\overrightarrow{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$|\overrightarrow{AQ}| = \underline{\hspace{2cm}}, \quad |\overrightarrow{BQ}| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$|\overrightarrow{AP}|^2 + |\overrightarrow{BP}|^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad |\overrightarrow{AQ}|^2 + |\overrightarrow{BQ}|^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

इसलिए,  $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}$  और  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$   $\angle AQB = \underline{\hspace{2cm}}$  और

$$\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$$

इसी प्रकार, बिंदुओं R, S, T, के लिए  $\underline{\hspace{2cm}}$

$$\angle ARB = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \angle ASB = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \angle ATB = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

अर्थात्, अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

## अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग

- (i) विपरीत सदिशों
- (ii) समान परिमाण वाले सदिशों
- (iii) लंबवत् सदिशों
- (iv) दो सदिशों के अदिश गुणनफल की संकल्पनाओं को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

टिप्पणी

मान लीजिए कि  $OA = OB = a = OP$

$$\overrightarrow{OA} = -\vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{a}, \overrightarrow{OP} = \vec{p}$$

$$\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{p}, \overrightarrow{BP} = \vec{p} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = (\vec{p} + \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = |\vec{p}|^2 - |\vec{a}|^2 = 0 \quad \left( \text{क्योंकि } |\vec{p}|^2 = |\vec{a}|^2 \right)$$

इसलिए, सदिशों  $\overrightarrow{AP}$  और  $\overrightarrow{BP}$  के बीच का कोण  $\angle APB$  एक समकोण है।

इसी प्रकार,  $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0$  इसलिए,  $\angle AQB = 90^\circ$  और इसी तरह अन्य के लिए।

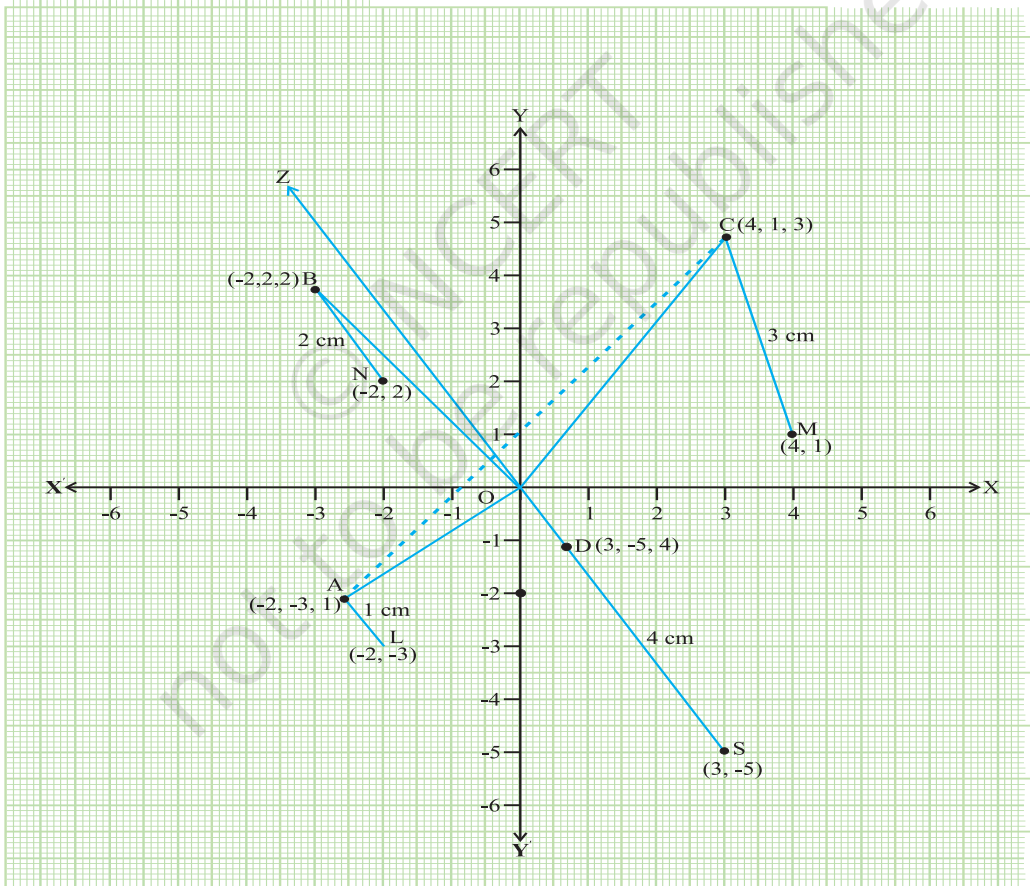
# क्रियाकलाप 22

## उद्देश्य

अंतरिक्ष में बिंदुओं के निर्देशांक दिए होने पर उनकी स्थिति का निर्धारण करना, अंतरिक्ष में दो बिंदुओं के बीच की दूरी मापना और फिर दूरी-सूत्र की सहायता से उसका सत्यापन करना।

## आवश्यक सामग्री

ड्राइंग बोर्ड, ज्यामिति बॉक्स, ग्राफ़ पेपर, विभिन्न लंबाइयों की कीलें, कागज़ से बने तीरों के सिरे



आकृति 22

## रचना की विधि

1. एक ड्राइंग बोर्ड लीजिए और उस पर एक ग्राफ़ पेपर चिपकाइए।
  2. दो रेखाएँ  $X'OX$  और  $Y'OY$  खींचिए जो क्रमशः  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष निरूपित करें (देखिए आकृति 22) और 1 इकाई = 1 cm लीजिए।
  3. बिंदु  $O$  पर एक ऊर्ध्वाधर दिशा में एक तार स्थिर कीजिए जो  $z$ -अक्ष को निरूपित करें।
  4. ग्राफ़ पेपर पर विभिन्न बिंदुओं (जैसे  $L(-2, -3)$ ,  $N(-2, 2)$ ,  $M(4, 1)$ ,  $S(3, -5)$ ) इत्यादि, पर 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm इत्यादि लंबाई की कीलें स्थिर कीजिए।
- अब इन कीलों के ऊपरी सिरे अंतरिक्ष में बिंदुओं (मान लीजिए  $A, B, C, D$ ) को निरूपित करते हैं।

## प्रदर्शन

1. बिंदु  $A$  के निर्देशांक =  $(-2, -3, 1)$  हैं।
2. बिंदु  $B$  के निर्देशांक =  $(-2, 2, 2)$  हैं।
3. इसी प्रकार, बिंदुओं  $C$  और  $D$  के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
4. वास्तविक माप (स्केल की सहायता से) के द्वारा, दूरी  $AB = 5.1$  cm
5. दूरी-सूत्र से,  $AB = \sqrt{(-2+2)^2 + (-3-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26} = 5.099$ .

इस प्रकार, वास्तविक माप से प्राप्त माप, दूरी-सूत्र की सहायता से प्राप्त माप के लगभग बराबर है। इसको अन्य बिंदुओं के युग्मों  $A, C; B, C; A, D; C, D; B, D$  के लिए भी स्थापित किया जा सकता है।

## प्रेक्षण

बिंदु  $C$  के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं।

बिंदु  $D$  के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं।

वास्तविक माप से

$AC =$  \_\_\_\_\_,  $BC =$  \_\_\_\_\_

AD = \_\_\_\_\_, CD = \_\_\_\_\_, BD = \_\_\_\_\_

दूरी सूत्र की सहायता से AC = \_\_\_\_\_, BC = \_\_\_\_\_, AD = \_\_\_\_\_

CD = \_\_\_\_\_, BD = \_\_\_\_\_.

इस प्रकार, दो बिंदुओं के बीच की दूरी, वास्तविक माप से और दूरी-सूत्र की सहायता से ज्ञात करने पर लगभग समान आती है।

### अनुप्रयोग

1. यह क्रियाकलाप अंतरिक्ष में विभिन्न बिंदुओं (बिंदुओं के निर्देशांकों) की स्थिति का अवलोकन करने में सहायक है।
2. इस क्रियाकलाप से स्थिति सदिश (position vectors) की संकल्पना को भी समझाया जा सकता है।

# क्रियाकलाप 23

## उद्देश्य

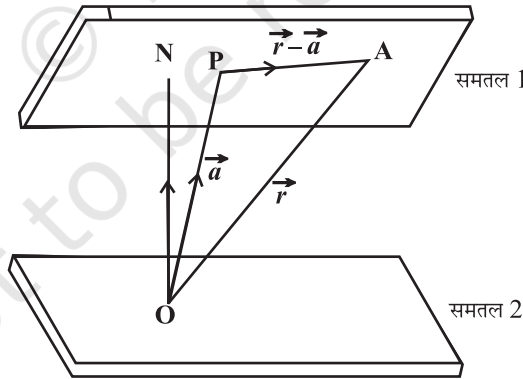
तल का अभिलंब रूप में समीकरण को प्रदर्शित करना।

## आवश्यक सामग्री

लगभग 10 cm × 12 cm आकार के दो प्लाईवुड के टुकड़े, लकड़ी की एक पतली छड़ जिसके दोनों सिरों पर ढिबरी (नट) और बोल्ट लगे हों, तार के तीन टुकड़े, पेन या पेंसिल।

## रचना की विधि

1. नट और बोल्ट की सहायता से लकड़ी की छड़ को प्लाईवुड के दोनों टुकड़ों के बीच स्थिर कीजिए ताकि छड़ प्लाईवुड के दोनों टुकड़ों के लंबवत् हो। इसप्रकार यह तल के अभिलंब को निरूपित करता है।
2. तीन तार लीजिए और उनको ऐसे स्थिर कीजिए, जैसा आकृति 23 में दिखाया गया है, ताकि  $\overrightarrow{OP}$  सदिश  $\vec{a}$  को और  $\overrightarrow{OA}$  सदिश  $\vec{r}$  को निरूपित करे। तार  $\overrightarrow{PA}$  सदिश  $\vec{r}-\vec{a}$  को निरूपित करेगा।



आकृति 23

## प्रदर्शन

1. तार PA अर्थात् सदिश  $(\vec{r}-\vec{a})$  तल 1 में स्थित है। तल 1 के अभिलंब को  $\vec{n}$  से निरूपित करने पर सदिश  $\vec{n}$ , सदिश  $(\vec{r}-\vec{a})$  पर लंब हो जाता है।

2. इसलिए,  $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0$  है, जिससे अभिलंब के रूप में समतल का समीकरण प्राप्त होता है।

### प्रेक्षण

1. \_\_\_\_\_ का स्थिति सदिश  $\vec{a}$  है, \_\_\_\_\_ का स्थिति सदिश  $\vec{r}$  है, और सदिश  $\vec{n}$ , सदिश \_\_\_\_\_ के लंबवत् है।
2.  $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0$ , तल \_\_\_\_\_ का \_\_\_\_\_ रूप में समीकरण है।

### अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग अंतरिक्ष में एक बिंदु के स्थिति सदिश को प्रदर्शित करने में किया जा सकता है (अर्थात्, बिंदु P का स्थिति सदिश  $\vec{a}$  है और A का स्थिति सदिश  $\vec{r}$  है)।



# क्रियाकलाप 24

## उद्देश्य

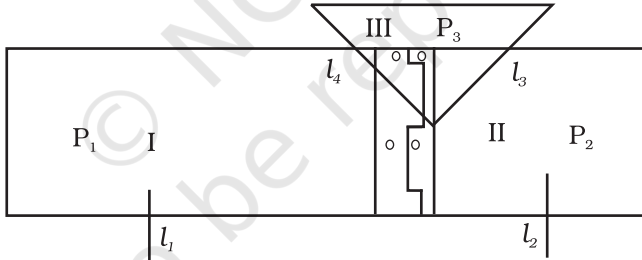
यह सत्यापित करना कि दो तलों के बीच वही कोण होता है जो उनके अभिलंबों के बीच होता है।

## आवश्यक सामग्री

प्लाईवुड के टुकड़े, तार कब्जे।

## रचना की विधि

1. प्लाईवुड के 10 cm × 20 cm आकार के दो टुकड़े लीजिए और उनको कब्जों की सहायता से जोड़िए।
2. प्रत्येक तल में दो ऊर्ध्वाधर तार स्थिर कीजिए जो तलों के अभिलंब प्रदर्शित करेंगे।
3. दोनों तलों में पट्टी काट कर प्लाईवुड के तीसरे टुकड़े को स्थिर कीजिए जो तीसरे तल को प्रदर्शित करेगा (आकृति 24 देखिए)।



आकृति 24

## प्रदर्शन

1.  $P_1$  आकृति 24 में पहले तल को निरूपित करता है।
2.  $P_2$  आकृति 24 में दूसरे तल को निरूपित करता है।
3. ऊर्ध्वाधर तार  $l_1$  और  $l_2$  क्रमशः तलों  $P_1$  और  $P_2$  के अभिलंबों को निरूपित करते हैं।
4. रेखाएँ  $l_3$  और  $l_4$  क्रमशः तलों  $P_3$  तथा  $P_1$  और  $P_3$  तथा  $P_2$  के प्रतिच्छेदन से बनी रेखाएँ हैं।

5. रेखाओं  $l_3$  और  $l_4$  के बीच का कोण, तलों के बीच के कोण के बराबर है। यह तलों के अभिलंबों के बीच बने कोण के भी बराबर है।

### प्रेक्षण

1.  $P_1$  \_\_\_\_\_ को निरूपित करता है।
2.  $P_2$  \_\_\_\_\_ को निरूपित करता है।
3.  $l_1$  \_\_\_\_\_ को निरूपित करता है।
4.  $l_2$  \_\_\_\_\_ को निरूपित करता है।
5.  $l_3$  \_\_\_\_\_ के प्रतिच्छेदन से बनी रेखा को निरूपित करता है।
6.  $l_4$  \_\_\_\_\_ के प्रतिच्छेदन से बनी रेखा को निरूपित करता है।
7.  $l_1$  और  $l_2$  के बीच बना कोण \_\_\_\_\_ के बराबर है।

### अनुप्रयोग

इस मॉडल का उपयोग एक रेखा और एक तल बीच बने कोण को ज्ञात करने के लिए भी किया जा सकता है।

# क्रियाकलाप 25

## उद्देश्य

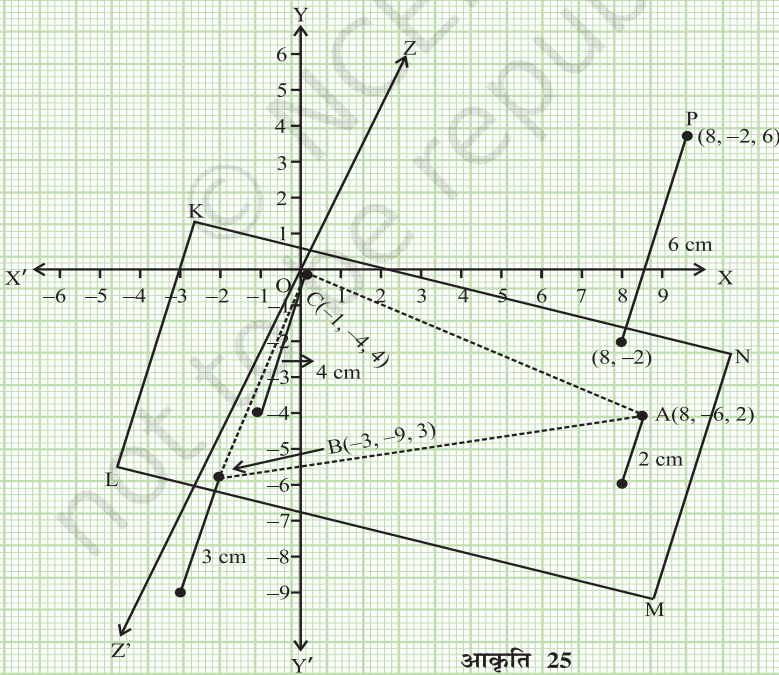
अंतरिक्ष में एक दिए गए बिंदु की तीन अंसरेखी बिंदुओं से जाने वाले तल से दूरी वास्तविक माप द्वारा और वैश्लेषिक विधि द्वारा ज्ञात करना।

## रचना की विधि

1. मोटे सफ़ेद कागज़ पर बिंदु O पर काटती हुई दो परस्पर लंब रेखाएँ  $X'OX$  और  $Y'OY$  खींचिए जो क्रमशः  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष को निरूपित करती हैं, खींचिए तथा उनका अशांकन कीजिए (देखिए आकृति 25)।

## आवश्यक सामग्री

20 cm × 30 cm और 10 cm × 15 cm आकार के दो कार्ड-बोर्ड, 20 cm × 30 cm आकार वाला मोटा सफ़ेद कागज़, विभिन्न लंबाइयों की कीलें, ज्यामितीय उपकरण, तार।



2. इस शीट को  $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$  आकार वाले कार्डबोर्ड पर चिपकाइए। O से एक ऊर्ध्वाधर तार, z-अक्ष को निरूपित करते हुए स्थिर कीजिए। (देखिए आकृति 25)
3. इस बोर्ड के तीन अंसरेखी बिंदुओं, मान लीजिए  $(8, -6)$ ,  $(-3, -9)$  और  $(-1, -4)$  पर तीन कीलें जिनकी ऊँचाई क्रमशः, मान लीजिए  $2 \text{ cm}$ ,  $3 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$ , हैं, स्थिर कीजिए।
4. इन कीलों के ऊपरी सिरे अंतरिक्ष में तीन बिंदुओं A, B और C को निरूपित करते हैं।
5. अब दूसरे कार्डबोर्ड को जो तल KLMN को निरूपित करता है, इन तीनों कीलों के ऊपर रखिए ताकि बिंदु A, B, C, इस तल में स्थित हों।
6. अब कार्डबोर्ड के किसी बिंदु, मान लीजिए  $(8, -2)$  पर  $6 \text{ cm}$  लंबी एक कील गाड़िए। इस कील का ऊपरी सिरा बिंदु P को निरूपित करता है, जहाँ से तल KLMN की दूरी ज्ञात करनी है।

### प्रदर्शन

1. बिंदुओं A, B और C के निर्देशांक क्रमशः  $(8, -6, 2)$ ,  $(-3, -9, 3)$  और  $(-1, -4, 4)$  हैं।
2. बिंदु P के निर्देशांक  $(8, -2, 6)$  हैं।
3. एक सेट-स्क्वेयर इस प्रकार रखा गया है कि इसकी  $90^\circ$  का कोण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा तल KLMN में स्थित है और दूसरी भुजा तल के अभिलंब की दिशा में है।
4. एक मीटर स्केल को सेट स्क्वेयर की उस भुजा के अनुदिश रखिए जो तल KLMN के अभिलंब है और दोनों को तब तक सरकाइए जब तक मीटर स्केल बिंदु P को न छू ले।
5. बिंदु P और तल के बीच की दूरी अभिलंब की दिशा में मीटर स्केल की सहायता से मापी जाती है।
6. बिंदुओं A, B, C से जाते हुए तल का समीकरण है—

$$\begin{vmatrix} x-8 & y+6 & z-2 \\ -3-8 & -9+6 & 3-2 \\ -1-8 & -4+6 & 4-2 \end{vmatrix} = 0 \text{ जो } ax + by + cz + d = 0 \text{ के रूप का है।}$$

7. इस दूरी को सूत्र

$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right| \text{ द्वारा भी परिकलित किया जा सकता है।}$$

8. इस प्रकार प्राप्त दोनों दूरियाँ समान हैं।

### प्रेक्षण

1. A  $(x_1, y_1, z_1)$  के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं

B  $(x_2, y_2, z_2)$  के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं

C  $(x_3, y_3, z_3)$  के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं

बिंदु P के निर्देशांक = \_\_\_\_\_ हैं।

बिंदु P की तल KLMN से वास्तविक माप द्वारा दूरी  $(d) =$  \_\_\_\_\_ है।

2. A, B, C से जाने वाले तल का समीकरण

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \text{ के उपयोग से } \underline{\hspace{2cm}} \text{ है।}$$

उपर्युक्त समीकरण द्वारा निरूपित तल की बिंदु P से दूरी सूत्र  $d = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} =$   
के अनुसार \_\_\_\_\_ है।

इस प्रकार, एक बिंदु की एक तल से वास्तविक माप द्वारा दूरी = वैश्लेषिक विधि से निकाली गई दूरी = \_\_\_\_\_ है।

### अनुप्रयोग

1. इस क्रियाकलाप से यह व्याख्या की जा सकती है कि

(a) एक बिंदु या दो बिंदुओं से होते हुए अनंत तल जा सकते हैं।

(b) तीन अंसरेखी बिंदुओं से केवल एक ही तल जा सकता है।

2. इस क्रियाकलाप का उपयोग दो समांतर तलों के बीच की दूरी की संकल्पना को समझने में भी किया जा सकता है।

# क्रियाकलाप 26

## उद्देश्य

अंतरिक्ष में एक दिए गए बिंदु की तीन अंसरेखी बिंदुओं से जाने वाले तल से दूरी वास्तविक माप द्वारा और वैश्लेषिक विधि द्वारा ज्ञात करना।

## आवश्यक सामग्री

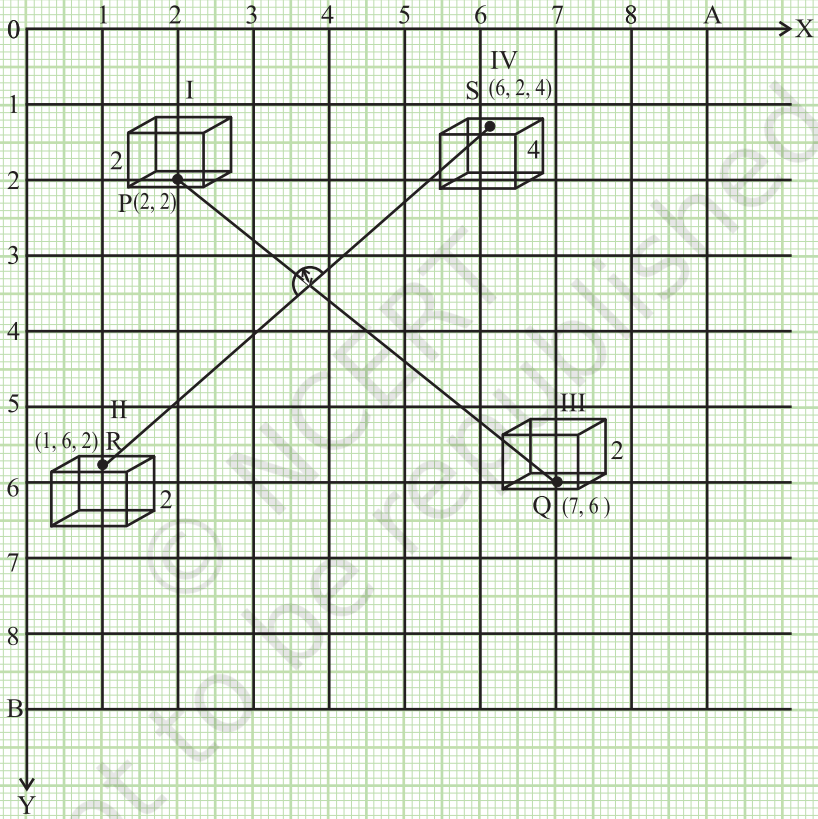
30 cm × 20 cm का एक प्लाईवुड का टुकड़ा, एक ग्राफ़ पेपर, 2 cm × 2 cm × 2 cm आकार के तीन लकड़ी के खंड (टुकड़े), और 2 cm × 2 cm × 4 cm आकार का एक लकड़ी का खंड, विभिन्न लंबाइयों के तार, सेट-स्क्वेयर, गोंद, पेन या पेसिल आदि

## रचना की विधि

1. प्लाईवुड के टुकड़े के ऊपर ग्राफ़ पेपर चिपकाइए।
2. ग्राफ़ पेपर पर दो रेखाएँ OA और OB खींचिए जो क्रमशः  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष निरूपित करें।
3. आकार 2 cm × 2 cm × 2 cm वाले तीन खंडों को I, II और III से नामित कीजिए। लकड़ी के दूसरे खंड, जो 2 cm × 2 cm × 4 cm आकार का है, उसे IV नाम दीजिए।
4. खंडों I, II और III को इस प्रकार रखिए कि उनके आधार के केंद्र क्रमशः बिंदुओं (2, 2), (1, 6) और (7,6) पर हों और खंड IV के आधार का केंद्र (6, 2) पर हो।
5. खंडों I और III के आधारों के केंद्रों P और Q को एक तार द्वारा जोड़िए और दूसरे तार से खंडों II और IV के शिखरों के केंद्रों R और S को जोड़िए जैसा आकृति 26 में दिखाया गया है।
6. ये दोनों तार दो विषम तलीय रेखाओं को निरूपित करते हैं।
7. एक तार लेकर उसे दोनों विषम तलीय रेखाओं के बीच इस प्रकार से रखिए कि वह दोनों पर लंबवत हो तथा उनके बीच की वास्तविक दूरी मापिए।

## प्रदर्शन

1. एक सेट-स्क्वेयर को इस प्रकार रखा गया है कि इसकी एक लंबवत् भुजा तार PQ के अनुदिश है।



आकृति 26

2. सेट-स्क्वेयर को PQ के अनुदिश तब तक सरकाइए जब तक कि इसका दूसरा लंबवत् किनारा दूसरे तार को स्पर्श न कर ले।

- दोनों रेखाओं के बीच, इस दशा में, सेट-स्क्वेयर के उपयोग से दूरी ज्ञात कीजिए। यह विषम तल रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी होगी।
- वैश्लेषिक विधि के लिए बिंदुओं P (2, 2, 0) और Q (7, 6, 0) को मिलाने वाली रेखा के समीकरण और बिंदुओं R (1, 6, 2) और S (6, 2, 4) का मिलाने वाली रेखा के समीकरण

ज्ञात कीजिए तथा न्यूनतम दूरी सूत्र  $\frac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|}$  से ज्ञात कीजिए। दोनों दशाओं में प्राप्त दूरी समान होगी।

### प्रेक्षण

- बिंदु P के निर्देशांक \_\_\_\_\_ हैं।
- बिंदु Q के निर्देशांक \_\_\_\_\_ हैं।
- बिंदु R के निर्देशांक \_\_\_\_\_ हैं।
- बिंदु S के निर्देशांक \_\_\_\_\_ हैं।
- रेखा PQ का समीकरण \_\_\_\_\_ हैं।
- रेखा RS का समीकरण \_\_\_\_\_ हैं।

वैश्लेषिक विधि से PQ और RS के बीच की न्यूनतम दूरी = \_\_\_\_\_ है।

मापने से न्यूनतम दूरी = \_\_\_\_\_ है।

इस प्रकार प्राप्त दोनों परिणाम \_\_\_\_\_ हैं।

### अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग अंतरिक्ष में दो विषम तलीय रेखाओं और उनके बीच की न्यूनतम दूरी की संकल्पना को समझने में किया जा सकता है।



# क्रियाकलाप 27

## उद्देश्य

एक दी गई घटना A की सप्रतिबंध प्रायिकता जब घटना B पहले ही घट चुकी है, के परिकलन की व्याख्या को एक पासों के युग्म को फेंकने का उदाहरण लेकर करना।

## रचना की विधि

1. उपयुक्त आकार के प्लाइवुड पर सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक वर्ग बनाइए और इसको 1 cm भुजा के 36 वर्गों में बाँटिए। (देखिए आकृति 27)
3. प्रत्येक वर्ग में संख्याओं के युग्म लिखिए जैसा आकृति में दिखाया गया है।

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

आकृति 27

## प्रदर्शन

1. आकृति 27 दिए गए परीक्षण के सभी संभव परिणामों को प्रस्तुत करती है। इसलिए यह परीक्षण का प्रतिदर्श समष्टि निरूपित करता है।

2. मान लीजिए कि हमें घटना A की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात करनी है जब कि यह दिया गया है कि घटना B पहले ही घटित हो चुकी है, जहाँ A घटना “संख्या 4 दोनों पासों में आती है” और घटना B, “4 कम से कम एक पासे में आया है” को निरूपित करती है; अर्थात् हमें  $P(A | B)$  ज्ञात करना है।

3. आकृति 27 से A को संतुष्ट करने वाले परिणामों की संख्या 1 है।

B को संतुष्ट करने वाले परिणामों की संख्या 11 है।

$A \cap B$  को संतुष्ट करने वाले परिणामों की संख्या 1 है।

4. (i)  $P(B) = \frac{11}{36}$ ,

(ii)  $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

(iii)  $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{11}$ .

### प्रेक्षण

1. घटना A के अनुकूल परिणाम – \_\_\_\_\_,  $n(A) =$  \_\_\_\_\_.

2. घटना B के अनुकूल परिणाम – \_\_\_\_\_,

$n(B) =$  \_\_\_\_\_.

3.  $A \cap B$  के अनुकूल परिणाम – \_\_\_\_\_,

$n(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_.

4.  $P(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_.

5.  $P(A | B) =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_.

### टिप्पणी

1. आप इस कार्य कलाप को कुछ और घटनाओं, जैसे योग 10 प्राप्त करने की प्रायिकता जब एक द्विक (doublet) पहले ही घटित हो चुका है, द्वारा पुनरावृत्ति कर सकते हैं।

2. सप्रतिबंध प्रायिकता  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  को इस प्रकार भी ज्ञात किया जा सकता है—परीक्षण के प्रतिदर्श समष्टि से घटना B के प्रतिदर्श समष्टि को निकाल दीजिए और फिर इससे A की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

### अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप सप्रतिबंध प्रायिकता की संकल्पना को समझने में सहायक है जो बाद में बेज़-प्रमेय (Bayes' Theorem) में प्रयुक्त होता है।